Федеральное государственное бюджетное научное учреждение

«Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр

Сибирского отделения Российской академии наук»

(ФИЦ КНЦ СО РАН)

|  |  |
| --- | --- |
|  | Утверждаю: |
|  | Зам. директора ФИЦ КНЦ СО РАН  Д-р хим.наук, доц.  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Н.В. Чесноков |
|  | «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2017 г. |

**ПРОГРАММА**

вступительного экзамена в аспирантуру по специальной дисциплине

Направление 01.06.01 Математика и механика

Научная специальность 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Красноярск 2017

Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальной дисциплине по направлению 01.06.01 Математика и механика по научной специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. - Красноярск.: ФИЦ КНЦ СО РАН, 2017. – 6 с.

Составитель программы:

д-р физ.-мат.наук, проф.

Зав.отделом дифференциальных

уравнений механики В.К. Андреев

Программа разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования.

**Введение**

Настоящая программа базируется на следующих дисциплинах: Математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики / уравнения в частных производных, алгебра, функциональный анализ, методы вычислений, прикладные вопросы функционального анализа, основы мат. статистики и теории вероятности.

**I. Элементы линейной алгебры**

Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Матрицы, определители. Собственные числа и собственные вектора. Ранг матрицы. Теорема Кронекера — Капелли. Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.

**II. Элементы математического анализа**

Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.

Интеграл Римана, условия интегрируемости функции по Риману. Интеграл Лебега (основная конструкция и отличие от интеграла Римана).

Ряды Фурье и их сходимость.

Топологические, метрические, нормированные и банаховы пространства. Примеры. Гильбертовы пространства. Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана — Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном операторе). Компактные и вполне непрерывные операторы. Принцип сжимающих отображений.

Функции комплексного переменного, их дифференцируемость. Примеры. Конформные отображения.

Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки.

Вычеты и их свойства.

Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

**III. Дифференциальные уравнения**

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (Пикара). Теорема Пеано (без доказательства). Теорема о продолжении решения. Случай линейных уравнений.

Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений по начальным условиям и параметрам. Уравнения в вариациях.

Линейные системы. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля для уравнений 2-го порядка. Метод вариации постоянных.

Решение систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Решение задачи Коши для уравнения 1-го порядка с частными производными.

Уравнения с частными производными. Порядок системы уравнений. Характеристики систем уравнений 1-го порядка. Нормальные системы уравнений и задача Коши. Теорема Коши — Ковалевской (без доказательства). Классификация линейных уравнений 2-го порядка и их приведение к каноническому виду.

Основные уравнения математической физики. Постановки начально-краевых задач.

Решение смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности методом разделения переменных (метод Фурье).

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства.

Гармонические функции и их свойства: теорема о среднем, принцип максимума, теорема Лиувилля, теорема об устранимости особенности.

Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения и условия разрешимости.

Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши в различных классах начальных функций.

Решение задачи Коши для волнового уравнения методом преобразования Фурье. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа, их физический смысл.

Пространства Соболева Hl(Ω) и их свойства.

Обобщенные решения краевых и начально-краевых задач для линейных уравнений 2-го порядка общего вида: эллиптического, гиперболического и параболического. Применение метода Галёркина.

Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: Эйлера, Рунге — Кутта, Адамса, стрельбы, прогонки.

Численные методы решения задач математической физики: бегущего счета (гиперболические уравнения), явные и неявные схемы (параболические уравнения), итерационные методы (уравнение Лапласа).

**IV. Динамические системы и оптимальное управление**

Общие свойства динамических систем. Особые точки линейных систем на плоскости. Устойчивость по Ляпунову.

Простейшие задачи вариационного исчисления. Задача Лагранжа. Достаточные условия слабого экстремума. Принцип максимума Понтрягина.

**Список литературы**

**к I:**

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. — М.: Лань, 2007.
2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры / А. И. Мальцев. — М.: Лань, 2009.

**к II:**

1. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. / Л. Д. Кудрявцев. — М.: Высшая школа, 1985.
2. Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. — М.: Физматлит, 2007.
3. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — М.: Физматлит, 2006.
4. Никольский С. М. Курс математического анализа. В 2 т. / С. М. Никольский. — М.: Физматлит, 2001.
5. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И. И. Привалов. — М.: Лань, 2009.

**к III:**

1. Владимиров В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — М.: Физматлит, 2003.
2. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. П. Михайлов. — М.: Наука, 1983.
3. Михлин С. Г. Курс математической физики / С. Г. Михлин. — СПб.: Лань, 2002. — 576 с.
4. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М.: ГИТТЛ, 2008 (и последующие издания).

**к IV:**

1. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. — М.: Наука, 1970.
2. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. — М.: Наука, 2003.

Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов /

Л. С. Понтрягин. — М.: Наука, 1976.